

Kratka analiza lastnosti kriterijskih funkcij pri optimizaciji analognih elektronskih vezij

Andrej Nussdorfer, Arpad Burmen, Janez Puhan in Tadej Tuma
Fakulteta za elektrotehniko
Univerza v Ljubljani
Tržaška 25, 1000 Ljubljana, Slovenija
andrej.nussdorfer@fe.uni-lj.si

A brief analysis of cost function properties in analog circuit optimization

Analog circuit design is a very complex and time consuming process. The largest percentage of the time is spent trying to achieve the best performance by varying the circuit parameters. This is actually an optimization process and there is a growing desire to automate at least a part of the optimization procedure. Unfortunately the optimization algorithms are still very slow. This is mostly due to the sheer number of circuit analyses it takes for the optimization algorithm to converge to a minimum. Obviously any previous knowledge about the shape of the cost function could help the optimization algorithm to converge faster. Unfortunately (again) the shape of the cost function is generally too unpredictable to draw any conclusions prior to the optimization run. This paper tries to show that with a special formulation of the cost function the shape of the cost function itself can be at least partially predicted.

1. Uvod

Načrtovanje analognih vezij je zelo zapleten postopek, najtežji del katerega pa je zagotovo določanje optimalnih vrednosti parametrov vezja. Pri tem gre v bistvu za optimizacijski postopek, kjer načrtovalec s spreminjanjem vrednosti parametrov skuša doseči čim boljše delovanje vezja. Uspešnost načrtovanja vezja je zelo odvisna od načrtovalčevih izkušenj, njegovega poznavanja topologij vezij in nenazadnje od dobršne mere potrpežljivosti. Zaradi zahtevnosti postopka se pojavlja vse večja želja po določeni avtomatizaciji, to je uporabi optimizacijskih algoritmov za določanje teh parametrov [5-9]. Žal so optimizacijski algoritmi računsko zelo intenzivni in zamudni, to pa zaradi velikega števila analiz, ki jih morajo opraviti in zaradi same velikosti parameterskega prostora, ki ga morajo preiskati. Čas, ki ga optimizacijski postopki porabijo za določitev optimalnega vezja se še vedno meri v dneh. Vsaka vnaprejšnja informacija o lastnostih kriterijske funkcije bi zato bila zelo dobrodošla saj bi lahko pomagala skrajšati čas optimizacije.

Do sedaj je bilo vložene že veliko energije v razvoj in analizo optimizacijskih algoritmov. Zanimivo dejstvo pa je, da so bile vse raziskave uprte le v algoritme same, možne lastnosti kriterijskih funkcij pa so bile gladko spregledane. Na prvi pogled to niti ni preveč presenetljivo saj v splošnem velja, da je oblika kriterijske funkcije nepredvidljiva, ker je zveza med vrednostimi parametrov vezja in njegovim delovanjem skrajno nelinearna. To je sicer res, vendar se da v določenih primerih lastnosti kriterijske funkcije vsaj do določene mere predvideti, te vnaprejšnje informacije pa s pridom uporabiti za skrajšanje trajanja optimizacije.

2. Kriterijska funkcija

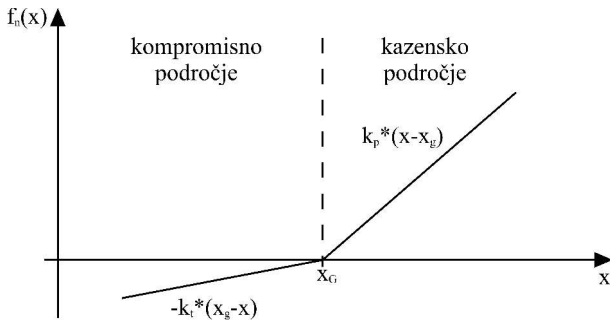
Pri računalniški optimizaciji vezij so kriterijske funkcije zgrajene iz vrednosti meritev lastnosti vezja. Običajno je to kar linearna kombinacija ustrezno obteženih vrednosti meritev (enačba 1).

$$cost(x) = \sum_i \alpha_i * measurement_i(x) \quad (1)$$

Formulacija kriterijske funkcije je bila sicer že deležna določene mere raziskav [1-4], vendar so se vse raziskave posvetile problemu robustnosti izdelanih vezij brez poglobljanja v možne uporabne lastnosti formulacij za pospešitev konvergence optimizacijskih algoritmov. Čeprav te raziskave [1,2] niso direktno povezano s pričujočim delom, bodo vseeno predstavljale dobro podlago za analizo lastnosti kriterijskih funkcij analognih vezij.

Pred poglobljanjem v lastnosti kriterijske funkcije je potrebno kriterijsko funkcijo spoznati. Ta je sestavljena iz niza merilk. Geometrično so te razdeljene na dve rampi (slika 1), njihov matematični zapis pa je na enačbi 2.

$$cost(x) = \begin{cases} -k_t(x_G - x) & ; x \leq x_G \\ k_p(x - x_G) & ; x \geq x_G \end{cases} \quad (2)$$



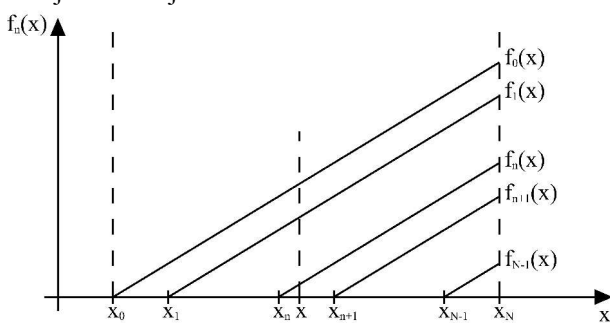
Slika 1: Grafična predstavitev merilke

Merilke so razdeljene na dve področji – na kompromisno (trade-off) in kazensko (penalty) področje. Vežje z meritvijo znotraj kompromisnega področja ustreza načrtovalskim zahtevam, vežje z vrednostjo meritve v kazenskem področju pa ne.

Pomemben koncept pri načrtovanju robustnih vezij so ogliščne točke (corners). V osnovi so to nabori delovnih parametrov vežja. Ti so lahko napajalna napetost in temperatura, lahko pa so tudi predvidene variacije proizvodnega procesa (tolerance elementov). Rezultati poskusov [1,2] so že pokazali, da se z uporabo prikazane formulacije kriterijske funkcije dosežejo robustna analogna vežja. Videti je le še treba če se da kaj storiti tudi analitično.

3. Matematična obdelava

Matematično obdelan bo primer kriterijske funkcije, sestavljene iz niza merilk. Da bo analitičen prostop mogoč bo potrebnih nekaj predpostavk. Opazovano področje bo omejeno, merilke bodo enakomerno porazdeljene po tem prostoru, naklon v kazenskem področju bo pri vseh merilkah enak in nazadnje naklon v kompromisnem področju bo 0. Slika 2 prikazuje tako dobljen scenarij.



Slika 2: Obdelan scenarij

Oznake so sledeče: x_0 in x_N sta meji opazovanega področja, N je število merilk, x_n so začetne točke posameznih merilk in x je poljubna točka znotraj opazovanega področja. Merilke ustrezajo zapisu na enačbi 3.

$$f_n(x) = \begin{cases} k(x - x_n) & ; x \geq x_n \\ 0 & ; \text{drugače} \end{cases} \quad (3)$$

Razlika med zaporednima x_n je d . Splošna točka x je definirana v enačbi 4, začetne točke x_n pa v enačbi 5.

$$x = x_0 + t(x_N - x_0) = x_0 + tNd \quad (4)$$

$$x_n = x_0 + nd = x_0 + \lfloor tN \rfloor d \quad (5)$$

Kriterijska funkcija je sedaj vsota vseh nastopajočih merilk (enačba 6).

$$\begin{aligned} F_N(x) &= \frac{1}{N} * \sum_{n=0}^{\lfloor tN \rfloor} k(x - (x_0 + nd)) = \\ &= \frac{k}{N} \sum_{n=0}^{\lfloor tN \rfloor} (x - x_0) - \frac{kd}{N} \sum_{n=0}^{\lfloor tN \rfloor} n = \\ &= \frac{\lfloor tN \rfloor + 1}{N} k(x - x_0) - \\ &= \frac{kd}{N} \frac{\lfloor tN \rfloor (\lfloor tN \rfloor + 1)}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

Z uvedbo nove spremenljivke ϵ (enačba 7) se izraz poenostavi (enačba 8).

$$\lfloor tN \rfloor = (t - \epsilon)N = tN - \epsilon N$$

$$\epsilon = \frac{tN - \lfloor tN \rfloor}{N} \leq \frac{1}{N} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} F_N(x) &= \frac{(t - \epsilon)N + 1}{N} k(x - x_0) - \\ &= \frac{k \frac{x_N - x_0}{N} (t - \epsilon)N ((t - \epsilon)N + 1)}{N} = \\ &= ((t - \epsilon) + \frac{1}{N}) k(x - x_0) - \\ &= k(x_N - x_0) \frac{(t - \epsilon)^2}{2} - \frac{(x_N - x_0)(t - \epsilon)}{2N} k \end{aligned} \quad (8)$$

Ker je število merilk v optimizaciji analognih vezij v splošnem veliko bo zanimiva limita enačbe 8 ko gre N proti neskončnosti.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(x) = k(x - x_0)t - \frac{k}{2}(x_N - x_0)t^2 \quad (9)$$

Z upoštevanjem enačbe 4 se izloči spremenljivka t in kot rezultat ostane enačba 10.

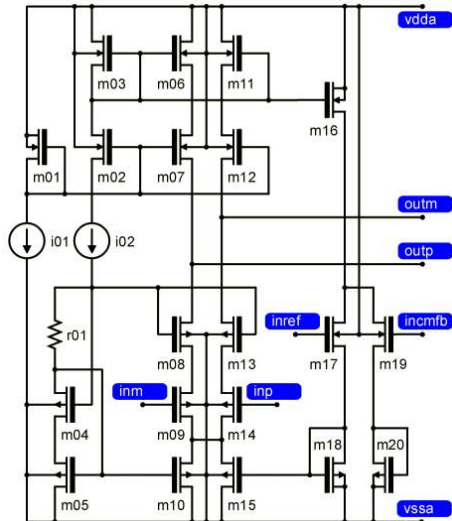
$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} F_N(x) &= k \frac{(x - x_0)^2}{x_N - x_0} - \frac{k}{2} \frac{(x - x_0)^2}{x_N - x_0} = \\ &= \frac{k}{2(x_N - x_0)} (x - x_0)^2 = \alpha * (x - x_0)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Dobljena enačba predstavlja kvadratično parabolo. Zaključek, ki se ponuja je, da večje kot bo število merilk bolj bo kriterijska funkcija podobna kvadratični paraboli.

Zavedati se je treba, da se rezultati analize nanašajo na lastnosti kriterijske funkcije v prostoru meritev. Zveza med prostorom meritev in parameterskim prostorom pa je izrazito nelinearna. Preden povlečemo kakršnekoli zaključke pa si oglejmo še rezultate optimizacijskega postopka za realno analogno vežje.

4. Testno vezje

Testno vezje predstavlja jedro operacijskega ojačevalnika. V osnovi je to diferencialna teleskopska kaskodna vezava (slika 3).



Slika 3: Testni operacijski ojačevalnik

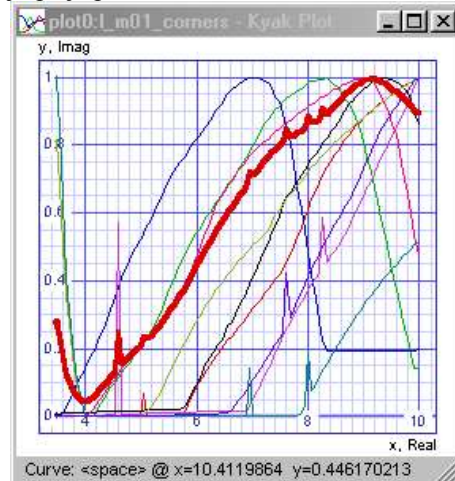
Optimizacijski parametri vezja so razdeljeni v 18 skupin:

- 1) dolžine kanalov tranzistorjev m03, m06, m11 in m16
- 2) dolžine kanalov tranzistorjev m02, m07 in m12
- 3) dolžine kanalov tranzistorjev m18 in m20
- 4) dolžine kanalov tranzistorjev m08 in m13
- 5) dolžine kanalov tranzistorjev m09 in m14
- 6) dolžine kanalov tranzistorjev m05, m10 in m15
- 7) dolžine kanalov tranzistorjev m17 in m19
- 8) dolžina kanala tranzistorja m01
- 9) dolžina kanala tranzistorja m04
- 10) širine kanalov tranzistorjev m02, m03, m06, m07, m11, m12 in m16
- 11) širine kanalov tranzistorjev m18 in m20
- 12) širine kanalov tranzistorjev m08 in m03
- 13) širine kanalov tranzistorjev m09 in m14
- 14) širine kanalov tranzistorjev m05, m10 in m15
- 15) širine kanalov tranzistorjev m17 in m19
- 16) širina kanala tranzistorja m01
- 17) širina kanala tranzistorja m04
- 18) multiplikacijski faktor tranzistorjev m10 in m15

Podanih je bilo 11 načrtovalskih zahtev:

- Največja poraba 0.48mA
- Največji Common Mode feed-back offset 180mV
- Izhodni obseg najmanj 2.6V
- Najmanjše odprtozančno ojačanje 61dB
- Frekvenčna meja pri odprtozančnem ojačanju 1 najmanj 90MHz
- Fazna varnost najmanj 75°
- Amplitudna varnost najmanj 13dB
- Največji prenehaj 0.3%
- Settling time največ 11nS
- Dvižni čas najmanj 13MV/s

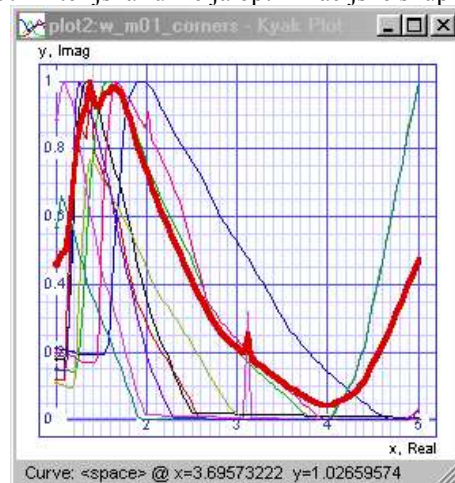
Vsaka načrtovalska zahteva seveda prinese po eno merilko. Če pri tem še upoštevamo 9 ogliščnih točk lahko ugotovimo, da v izračunu kriterijske funkcije nastopa kar 99 merilk. Naklon merilk v kompromisnem območju je pri vseh enak 0, naklon v kazenskem področju pa je pri vseh merilkah enak 1.



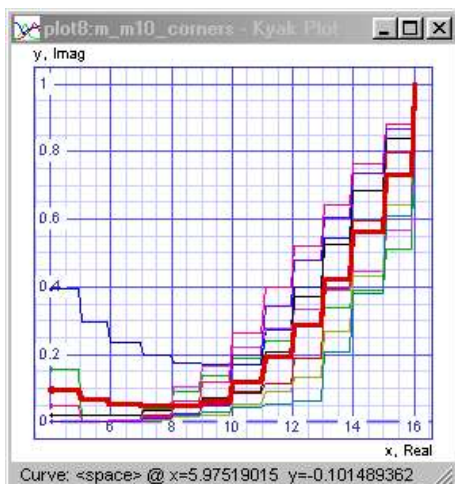
Slika 4: Kriterijska funkcija optimizacijske skupine 8



Slika 5: Kriterijska funkcija optimizacijske skupine 12



Slika 6: Kriterijska funkcija optimizacijske skupine 16



Slika 7: Kriterijska funkcija optimizacijske skupine 18

Zaradi preglednosti so predstavljeni samo rezultati optimizacijskih skupin 8, 12, 16 in 18. Slike 4, 5, 6 in 7 prikazujejo kriterijske funkcije omenjenih optimizacijskih skupin.

Po pričakovanju kriterijske funkcije niso ravno kvadratične parabole, vendar so vseeno gladke krivulje, ki se v bližini minimuma zelo približajo kvadratični obliki.

Omeniti velja špice, ki se pojavljajo na slikah 4, 5 in 6. Te kazijo drugače gladke krivulje kriterijskih funkcij. Izkaže se, da te krivulje niso posledica delovanja vezja, temveč so rezultati numeričnih napak. Zanimiva je tudi slika 7, kjer je krivulja stopničasta. Ta kriterijska funkcija pripada multiplikacijskemu faktorju tranzistorjev m10 in m15. Ker je multiplikacijski faktor celoštevilska vrednost je stopničasta oblika opravičena, celo pričakovana.

5. Zaključki

Zaključkov, ki jih lahko povlečemo iz prikazanih dejstev, je več.

Prvič, kriterijska funkcija v prostoru meritev z večanjem števila merilk limitira h kvadratični paraboli, kar je posledica definicije kriterijske funkcije (enačba 2) [1,2]. Drugič, v bližini minimuma se oblika kriterijske funkcije tudi v parameterskem prostoru približuje kvadratični paraboli. To dejstvo namiguje na možnost, da v okolici minimuma postane zveza med prostorom meritev in parameterskim prostorom linearna. Za tako trditev je sicer še prezgodaj, vendar je dovolj namigov za poglobljeno študijo tega pojava.

Tretjič, kvadratična oblika kriterijske funkcije v okolici minimuma namiguje na možnost izdelave optimizacijskega algoritma, ki bi to lastnost izkoriščal. Ker je kvadratična oblika prisotna le v okolici minimuma bi moral tak postopek biti večstopenjski. Vsebovati pa bi moral tudi algoritem, ki bi analiziral trenutne lastnosti kriterijske funkcije in se na podlagi te informacije odločati o najprimernejšem optimizacijskem algoritmu. Na to temo je bilo že veliko napisanega

[10,11], vendar bi tu predstavljeni zaključki zagotovo pomagali k razvoju hitrejših in učinkovitejših optimizacijskih algoritmov.

6. Viri

- [1] A. Burmen, J. Puhon and T. Tuma, *Defining cost functions for robust IC design and optimization*, Design, Automation and Test in Europe 2003, pg. 196-201, 2003
- [2] A. Burmen, D. Strle, F. Bratkovič, J. Puhon, I. Fajfar and T. Tuma, *Automated robust design and optimization of integrated circuits by means of penalty functions*, AEU International journal of electronics and communications, vol. 57/1, pg. 47-56, 2003
- [3] M. del Mar Hersherson, S.P. Boyd, T.H. Lee, *Optimal design of a CMOS op-amp via geometric programming*, IEEE transactions on computer aided design of integrated circuits and systems 20, pg. 1-21, 2001
- [4] K. Krishna, S.W. Director, *The linearized performance penalty (LPP) method for optimization of parametric yield and its reliability*, IEEE transactions on computer aided design of integrated circuits and systems 14, pg. 1557-1568, 1995
- [5] A.R. Conn, N.I.M. Gould, P.L. Toint, *Trust-region methods*, Philadelphia, USA: SIAM, 2000
- [6] J. Puhon, T.Tuma, *Optimization of analog circuits with SPICE3F4*, Proceedings of 1997 European conference on circuit theory and design, vol.2, pg. 177-180, 1997
- [7] J. Puhon, T.Tuma, I. Fajfar, *Optimization methods in SPICE: a comparison*, Proceedings of 1999 European conference on circuit theory and design, vol.2, pg. 1279-1282, 1999
- [8] J.E. Dennis, S.B. Li and R.T. Tapia, *A unified approach to global convergence of trust region methods for non-smooth optimization*, Mathematical programming 68, pg. 319-346, 1995
- [9] L. Gerencser, G.Y. Kozmann, Z.S. Vago, *Non-smooth optimization via SPISA*, Proceedings of the Conference on the mathematical theory of networks and systems, pg. 803-806, 1998
- [10] J. Nocedal, Y. Yuan, *Combining trust region and line search techniques*, in: Y. Yuan (Ed.), *Advances in nonlinear programming*, str. 153-176, 1998
- [11] E.M. Gertz, *Combination trust region line search methods for unconstrained optimization*, Ph.D. thesis, Department of mathematics, University of California, San Diego, 1999

7. Zahvala

Raziskave je sofinanciralo Ministrstvo za šolstvo znanost in šport (MŠZŠ) Republike Slovenije v okviru programa P2-0246 - Algoritmi in optimizacijski postopki v telekomunikacijah .